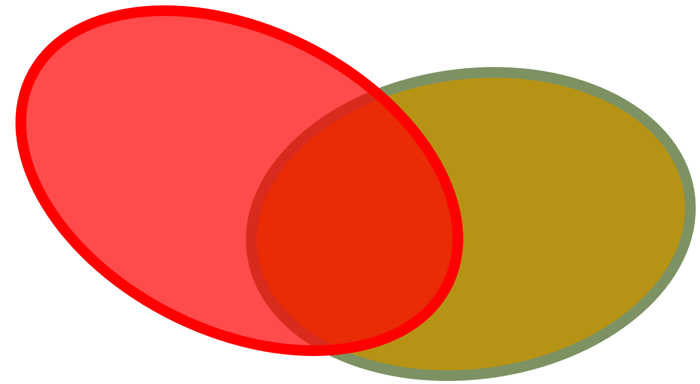


Множества и его виды. Операции над множествами

Теория множеств

Основатель – Георг Кантор (немецкий математик)

«Множество есть многое, мыслимое как единое»

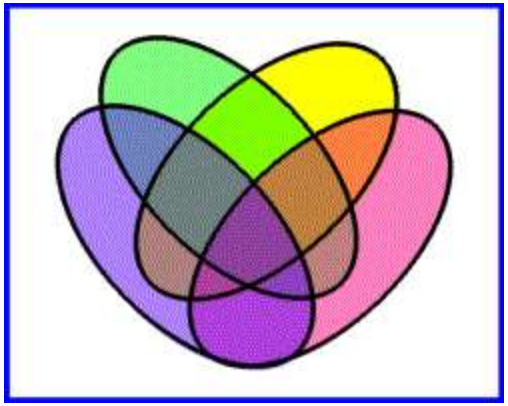
Множество

- Множество – это совокупность элементов, объединенных общим свойством.

- A, B, C – обозначение множества
- a, b, c – элементы множества
- $a \in A$ – элемент а принадлежит множеству А
- $a \notin A$ – элемент а не принадлежит множеству А

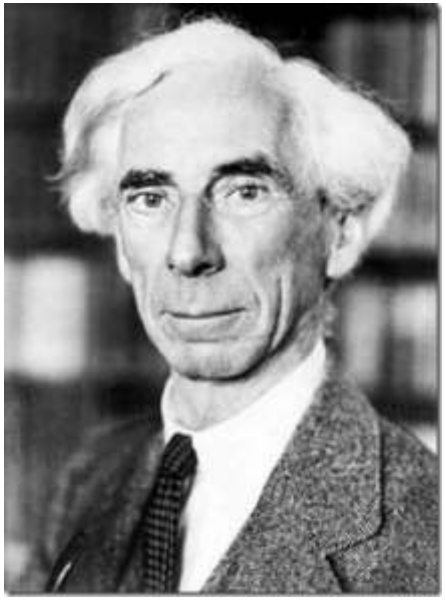
Способы задания множеств

- Перечисление элементов множества
- Характеристическое свойство
- Круги Эйлера (диаграммы Венна)



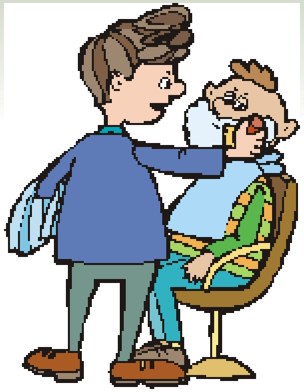
Парадокс Рассела

- Пусть К – множество всех множеств, которые не содержат себя в качестве своего элемента. Содержит ли К само себя в качестве элемента.



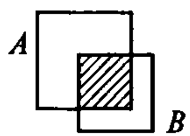
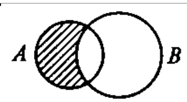
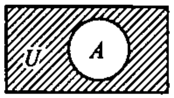
Бертран Рассел

Парадокс брадобрея



Брить всякого, кто сам не бреется и не брить того, кто сам бреется

Операции над множествами

Название операции	Обозначение	Изображение кругами Эйлера	Определение	Символическая запись	Пример
Пересечение множеств	$A \cap B$		Те и только те элементы, которые одновременно принадлежат A и B	$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}$	A ={2, 5, 7, 9} B = {3, 5, 8, 9, 12} $A \cap B$
Объединение множеств	$A \cup B$		Те и только те элементы, которые принадлежат хотя бы одному из множеств A и B.	$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in B\}$	A = {2, 5, 7, 9}, B = {3, 5, 8, 9, 12}. $A \cup B$ -?
Разность множеств	A\B		Те и только те элементы множества A, которые не принадлежат B.	$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\}$	A= {2, 5, 7, 9} B={3, 5, 8, 9, 12} A\B - ?
Дополнение к множеству	$\overline{A}$ = A'		Те и только те элементы, которые не принадлежат множеству A (т.е. дополняют его до универсального U)	$\overline{A} = \{x \mid x \notin A\} = U \setminus A$	

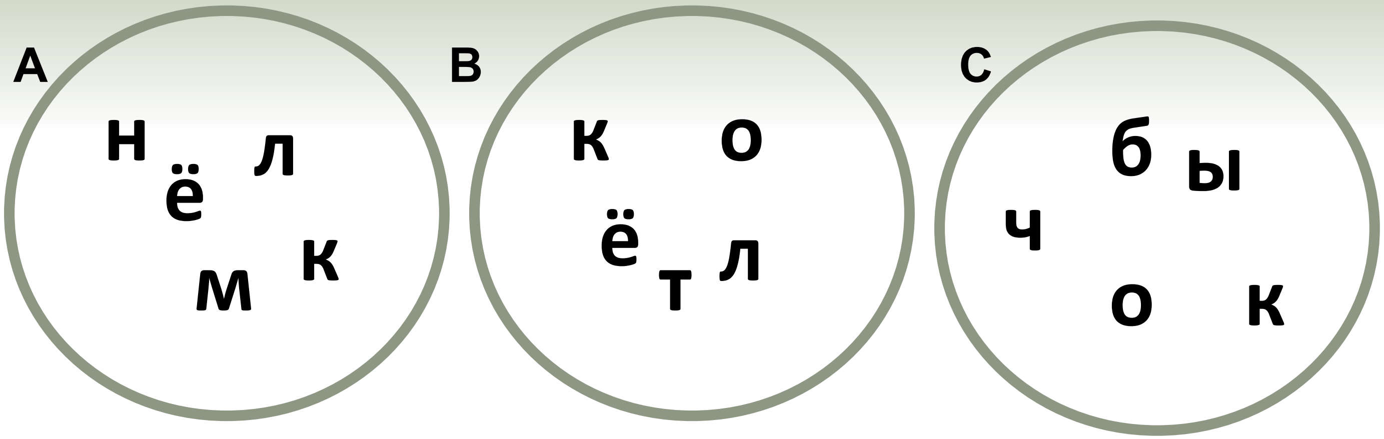
Свойства операций над множествами

- Переместительный закон (коммуникативность) для объединения и пересечения:
  $A \cup B = B \cup A$, $A \cap B = B \cap A$.
- Сочетательный закон (ассоциативность) для объединения и пересечения:
  $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$, $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$.
- Распределительный закон (дистрибутивность) пересечения относительно объединения множеств:
  $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.
- Распределительный закон объединения относительно пересечения множеств:
  $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$.
- Законы поглощения:
  $A \cup A = A$, $A \cap A = A$, $A \subset (A \cup B)$.

Свойства операций над множествами

- **U = ∅’ и ∅ = U’** – универсальное и пустое множество являются дополнениями друг друга.
- Пусть A_i все подмножества (A_1, A_2, … A_n) множества А, то
  $A = \bigcup_i A_i$ и $A \setminus \bigcap_i A_i = \bigcap_i (A \setminus A_i)$
- **X” = X**
- $\overline{(X \cap Y)} = \overline{X} \cup \overline{Y}$
  $\overline{(X \cup Y)} = \overline{X} \cap \overline{Y}$
- Множество А можно разбить на классы непересекающихся множеств A_i, если:
  - Объединение всех подмножеств совпадает с множеством А: $A = \bigcup_i A_i$
  - Пересечение любых двух различных подмножеств пусто.

Задания



Найдите следующие множества и изобразите их кругами Эйлера:

а) $A \cap B$;
б) $A \cup B$;
в) $(A \cap B) \cup C$;
г) $(A \cup C) \cap B$;
д) $D = U \setminus (A \cup B \cup C)$;
е) $D = U \setminus (A \cap B \cap C)$.

Задания

1.10. Докажите, используя определения и круги Эйлера:

а) $A \cap (A \cup B) = A$; б) $A \cup (A \cap B) = A$.

1.11. Даны отрезки $A = [-4; 5]$, $B = (2; 6]$, $C = (5; 10]$. Найдите следующие множества и изобразите их кругами Эйлера:

а) $(A \cup B) \cup C$; в) $A \cap B$; д) $(C \cup B) \setminus (A \cap B)$;

б) $(A \cap B) \cup C$; г) $(A \cup B) \setminus (A \cap B)$; е) $(A \cup C) \setminus (A \cap B)$.